Pomiar gęstości ciał za pomocą prawa Archimedesa

Przebieg ćwiczenia

Gęstość (masa właściwa) ρ (d) ciała o masie m i objętości V to:

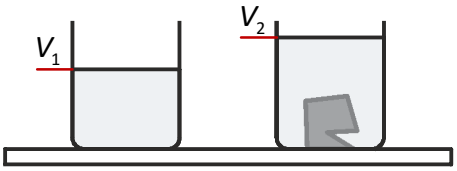
$$\rho \equiv \frac{m}{V}, \quad [\rho] = \frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m}^3}. \tag{1}$$

Wielkość ta jest <u>właściwa</u> dla każdego ciała (z tej definicji wynika, że masa danego ciała jest proporcjonalna do jego objętości) a gęstość zależy od rodzaju ciała, a dla danego ciała – od jego temperatury i ciśnienia na nie wywieranego. Poniżej omówimy sposoby pomiaru gęstości.

Jeżeli ciało ma na tyle „regularny” kształt (kula, walec prostopadłościan, stożek, itd.), że na podstawie pomiaru określonych parametrów jego kształtu można obliczyć jego objętość V, to do wyznaczenia gęstości takiego ciała konieczna jest jeszcze znajomość jego masy. W przypadku np. litego prostopadłościanu wykonanego z określonego materiału, mierzymy jego krawędzie, a, b i c oraz jego masę m, a gęstość materiału, z którego wykonano prostopadłościan obliczamy z wzoru:

$$\rho \equiv \frac{m}{V} = \frac{m}{a \cdot b \cdot c}. \tag{2}$$

Jeżeli ciało ma nieregularny kształt, tak, że nie jest możliwe obliczenie jego objętości, można ją zmierzyć pośrednio. Wlewamy do zlewki miarowej określoną objętość V_1 cieczy (patrz rysunek 1), o gęstości mniejszej niż gęstość badanego ciała. Następnie zanurzamy w tej cieczy badane ciało. Odczytujemy, jaką łączną objętość V_2 zajmuje ciecz i badane ciało, tak jak pokazuje to rysunek 1:



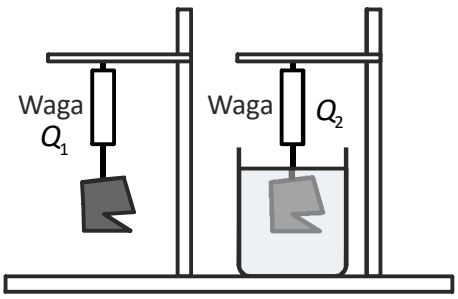
Rys. 1.

Jeśli dodatkowo zmierzymy masę m tego ciała, to jego gęstość wyznaczamy z wzoru:

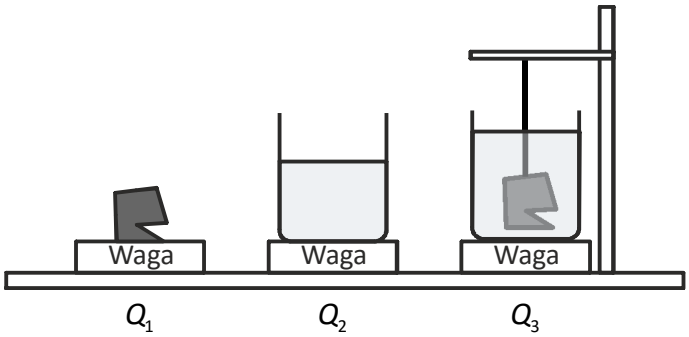
$$\rho \equiv \frac{m}{V} = \frac{m}{V_2 - V_1}. \tag{3}$$

Pomiar taki może być obarczony dużą niepewnością z uwagi na małą dokładność pomiaru objętości cieczy.

Można zwiększyć dokładność wyznaczenia objętości ciała o nieregularnym kształcie mierząc siłę wyporu. Odpowiednie schematy doświadczalne pokazują poniższe rysunki.



Rys. 2.



Rys. 3.

Rozpatrzmy pomiar, którego kolejne kroki zilustrowano schematycznie na rysunku 2. W pierwszej kolejności

ważymy ciało „w powietrzu”, w którym siła wyporu jest znikoma i można przyjąć, że wskazanie wagi jest równe ciężarowi ciała. Wagi zazwyczaj wyskalowane są w jednostkach masy, tak, że ciężar ciała wyznaczamy z wzoru:

$$Q_1 = m_1 \cdot g, \tag{4}$$

gdzie m_1 oznacza wskazanie wagi, g – przyspieszenie grawitacyjne, a Q_1 – ciężar ciała.

Kolejny pomiar ciężaru wykonujemy po zanurzeniu ciała w cieczy o znanej gęstości (np. w wodzie), która musi być mniejsza niż gęstość ciała (ciało musi zanurzyć się w cieczy całkowicie, tak jak pokazano na rysunku 2; ciało nie może też leżeć na dnie naczynia). Obliczamy ciężar ciała Q_2 po zanurzeniu go w cieczy:

(5) $$Q_2 = m_2 \cdot g,$$

gdzie m_2 oznacza uzyskane w tych warunkach wskazanie wagi.

Siła wyporu działająca na ciało po zanurzeniu go w cieczy jest równa:

(6) $$Q_1 - Q_2 = (m_1 - m_2) \cdot g.$$

Z drugiej strony siła wypory F_A wyrażona przez prawo Archimedesa ma wartość:

(7) $$F_A = \rho_{cieczy} \cdot V_{zanurzonej\ części\ ciała} \cdot g,$$

gdzie ρ_{cieczy} oznacza gęstość cieczy, a $V_{zanurzonej\ części\ ciała}$ – objętość zanurzonej części ciała. Obie siły są sobie równe, zatem:

(8) $$\rho_{cieczy} \cdot V_{zanurzonej\ części\ ciała} \cdot g = Q_1 - Q_2 = (m_1 - m_2) \cdot g.$$

Można, zatem obliczyć objętość zanurzonej części ciała (w naszym przypadku była to całkowita objętość ciała):

(9) $$V_{zanurzonej\ części\ ciała} = \frac{Q_1 - Q_2}{g \cdot \rho_{cieczy}} = \frac{m_1 - m_2}{\rho_{cieczy}}.$$

Zatem jeśli ciało zostało całkowicie zanurzone w cieczy, to jego gęstość wyznaczamy z wzoru:

(10) $$\rho \equiv \frac{m}{V} = \frac{Q_1 \cdot \rho_{cieczy}}{Q_1 - Q_2} = \frac{m_1 \cdot \rho_{cieczy}}{m_1 - m_2}.$$

Z równania (10) wynika, że jeśli pomiary wykonujemy „klasyczną” wyskalowaną w jednostkach masy wagą, to nie jest konieczne przeliczanie wskazania wagi z masy na ciężar.

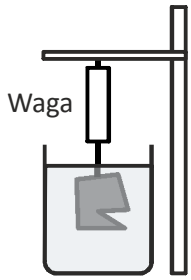
Przykłady:

Narysuj wykres zależności gęstości danego ciała od jego objętości.

Narysuj wykres zależności masy danego rodzaju ciała od jego objętości.

Co wskazuje waga pokazana na poniższym rysunku?

Narysuj wektory wszystkich działających na zanurzone w cieczy, pokazane na poniższym rysunku, ciało. Zachowaj właściwe proporcje. Jaki warunek spełniają te siły?



Przeanalizuj, jakie pomiary trzeba wykonać w przypadku doświadczenia, którego schemat pokazano na rysunku 3. Wykaż, że gęstość ciała w tym przypadku można obliczyć ze wzoru:

$$\rho \equiv \frac{m}{V} = \frac{m_1 \cdot \rho_{cieczy}}{m_3 - m_2}, \tag{11}$$

gdzie indeksy odpowiadają wskazaniom wagi w sytuacjach pokazanych na rysunku 3.